Correction Evaluation N°1 du premier Semestre

Durée : 2h 00 mn — Coefficient : 3

Les appareils électroniques et les appareils informatiques permettant de faire des programmations mathématiques et de tracer des courbes sont interdits.

Exercice 1 (06 Points)

Partie A : (2 Points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, choisis la réponse juste en indiquant sur ta copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre A, B ou C correspondant à la réponse choisie. **(Une réponse juste est notée 0.5 pt et une réponse fausse 0 pt).**

N°	Enoncés	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Si m est un nombre réel, $\sqrt{m^2}$ est égale à	m	m^2	**$\lvert m\rvert$**
2	Si MEN est un triangle ; M, A, E et M, B, N sont alignés dans le même ordre et $\frac{MA}{ME} = \frac{MB}{MN}$ alors	**(AB) // (EN)**	(AN) // (EB)	(AE) // (BN)
3	Quelle est la valeur du réel $M = \sqrt{3-\sqrt{5}} \times \sqrt{3+\sqrt{5}}$	$\sqrt{6}$	**2**	$2\sqrt{3}$
4	Soient AMN et AIJ deux triangles en position de Thalès, Si k est le coefficient de réduction alors aire(AMN) =	aire (AIJ)	k × aire (AIJ)	**k^2 × aire (AIJ)**

Partie B : (04 Points)

1. **Recopie et remplace les pointilles par le mot ou groupe de mots qui convient : (2,5pts)**

a) Si ABC est un triangle, M ∈ [AB] et N ∈ [AC], (MN) // (BC) alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ **(1pt)**

b) Soit a un nombre **positif ou nul**, on appelle racine carrée de a, le nombre positif ou nul dont le **carré** est a. **(1pt)**

c) Soit a et b deux réels tels que b soit positif, $\sqrt{ba^2} = |a|\sqrt{b}$. **(0,5pt)**

2. **Répondre par Vrai ou Faux** **(1,5pt)**

a) L'expression conjuguée de $\frac{-1}{3-2\sqrt{2}}$ est $-3-2\sqrt{2}$. **Vrai** **(0,5pt)**

Justification : $\frac{-1}{3-2\sqrt{2}} = \frac{-1(3+2\sqrt{2})}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} = \frac{-3-2\sqrt{2}}{3^2-(2\sqrt{2})^2} = -\frac{-3-2\sqrt{2}}{9-8} = -3-2\sqrt{2}$

b) Le théoreme de Thalès permet de montre que deux droites sont parallèles. **Faux** **(0,5pt)**

Justification : Le théoreme de Thalès permet de calculer la longueur (une distance.

c) L'expression $\frac{\sqrt{500}}{5}$ est égale à $\sqrt{20}$. **Vrai** **(0,5pt)**

Justification : $\frac{\sqrt{500}}{5} = \frac{\sqrt{100} \times \sqrt{5}}{5} = \frac{10 \times \sqrt{5}}{5} = 2 \times \sqrt{5}$ et $\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$ donc $\frac{\sqrt{500}}{5} = \sqrt{20}$.

Exercice 2 (07,5 points)

1) On donne $A = \sqrt{49} + \sqrt{12} - 2\sqrt{27}$.

Ecris A sous la forme : $r + p\sqrt{q}$ ou p, q et r sont des entiers. **(1pt)**

$A = \sqrt{49} + \sqrt{12} - 2\sqrt{27} = 7 + \sqrt{4 \times 3} - 2\sqrt{9 \times 3} = 7 + 2\sqrt{3} - 2 \times 3\sqrt{3} = 7 + 2\sqrt{3} - 6\sqrt{3}$.

$\mathbf{A = 7 - 4\sqrt{3}}$

2) Soit les nombres réels suivants : $r = 5 - 2\sqrt{6}$; $s = 5 + 2\sqrt{6}$ et $t = -5 + 2\sqrt{6}$

a) Montre que r est l'inverse de s. **(0,75pt)**

$r \times s = (5 - 2\sqrt{6})(5 + 2\sqrt{6}) = 5^2 - (2\sqrt{6})^2 = 25 - 24 = 1$ Donc r est l'inverse de s.

b) Montre que r est l'opposé de t. **(0,75pt)**

$r + t = (5 - 2\sqrt{6}) + (-5 + 2\sqrt{6}) = 5 - 2\sqrt{6} - 5 + 2\sqrt{6} = 0$ Donc r est l'opposé de t.

c) Calcule r^2 et s^2. **(2pts)**

$r^2 = (5 - 2\sqrt{6})^2 = 5^2 - 2 \times 5 \times 2\sqrt{6} + (2\sqrt{6})^2 = 25 - 20\sqrt{6} + 24 = 49 - 20\sqrt{6}$

$s^2 = (5 + 2\sqrt{6})^2 = 5^2 + 2 \times 5 \times 2\sqrt{6} + (2\sqrt{6})^2 = 25 + 20\sqrt{6} + 24 = 49 + 20\sqrt{6}$

d) Déduis de la question précédente que $\sqrt{49 - 20\sqrt{6}} + \sqrt{49 + 20\sqrt{6}} = 10$. **(1pt)**

On sait que :

$$\sqrt{49 - 20\sqrt{6}} + \sqrt{49 + 20\sqrt{6}} = \sqrt{(5 - 2\sqrt{6})^2} + \sqrt{(5 + 2\sqrt{6})^2} = |5 - 2\sqrt{6}| + |5 - 2\sqrt{6}|$$

- Etude du signe de $5 - 2\sqrt{6}$

On a: $5^2 = 25$ et $(2\sqrt{6})^2 = 4 \times 6 = 24$ donc $25 > 24 \Rightarrow 5 > 2\sqrt{6} \Rightarrow 5 - 2\sqrt{6} > 0$
alors $5 - 2\sqrt{6}$ est positif. $|5 - 2\sqrt{6}| = 5 - 2\sqrt{6}$

- $|5 + 2\sqrt{6}| = 5 + 2\sqrt{6}$ car la somme de deux nombre positifs est toujours positifs.

Finalement : $\mathbf{\sqrt{49 - 20\sqrt{6}} + \sqrt{49 + 20\sqrt{6}} = 5 - 2\sqrt{6} + 5 + 2\sqrt{6} = 10}$

e) Démontrer que $U = \frac{r}{s} + \frac{s}{r}$ est un nombre entier. **(0,5pt)**

On a : $U = \frac{r}{s} + \frac{s}{r} = \frac{r^2 + s^2}{r \times s} = \frac{49 - 20\sqrt{6} + 49 + 20\sqrt{6}}{1} = 98$ **Donc** $\mathbf{U = 98 \in \mathbb{N}}$

f) Justifier que $V = \frac{4\sqrt{6} - 10}{\sqrt{49 - 20\sqrt{6}}}$ est un entier relatif. **(0,5pt)**

On a : $V = \frac{4\sqrt{6}-10}{\sqrt{49 - 20\sqrt{6}}} = \frac{2(2\sqrt{6}-5)}{\sqrt{(5-2\sqrt{6})^2}} = \frac{2(2\sqrt{6}-5)}{|5-2\sqrt{6}|} = \frac{-2(5-2\sqrt{6})}{5-2\sqrt{6}} = -2$ **Donc** $\mathbf{V = -2 \in \mathbb{Z}}$

g) Donne un encadrement de $\frac{D}{2}$ à 10^{-2} près sachant que $2,44 < \sqrt{6} < 2,45$. **(1pt)**

<u>**On a :**</u> $2,44 < \sqrt{6} < 2,45$

$\Rightarrow 2 \times 2,44 < 2 \times \sqrt{6} < 2,45 \times 2 \quad \Rightarrow \quad 4,88 < 2\sqrt{6} < 4,90$

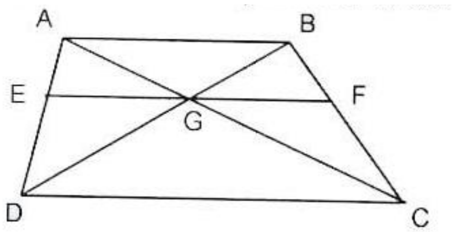
$\Rightarrow -5 + 4,88 < -5 + 2\sqrt{6} < -5 + 4,90 \quad \Rightarrow \quad -0,12 < -5 + 2\sqrt{6} < -0,10$

$\Rightarrow \frac{-0,12}{2} < \frac{-5+2\sqrt{6}}{2} < \frac{-0,10}{2} \quad \Rightarrow \quad -0,06 < \frac{-5+2\sqrt{6}}{2} < -0,05$

Donc $\mathbf{-0,06 < \frac{D}{2} < -0,05}$

Exercice 3 **(6.5 Points)**

I) Dans la figure ci-dessous ABCD est un trapèze. La droite (EF) qui passe par G est parallèle aux bases (AB) et (DC).



Je donne trois couples (paires) de triangles en postions de Thalés sont: (1,5pts)

- **Les triangles ADC et AEG.**
- **Les triangles CAB et CGF.**
- **Les triangles DAB et DEG**

II) **EFG est un triangle rectangle en E tels que EF=6cm et EG=8cm.**

1) Fais une figure que tu complèteras au fur et à mesure. **(1pt)**

2) Calcules FG. **(1pt)**

EFG est un triangle rectangle en E d'après le théoreme de Pythagore on a :

$FG^2 = EF^2 + EG^2$ Ce qui signifie que $FG = \sqrt{EF^2 + EG^2}$

Par conséquence $FG = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64}$ $FG = \sqrt{100}$ Donc $\mathbf{FG = 10}\boldsymbol{cm}$

3) Places un point M sur [EF] tel que EM=2,4cm. La parallèle à (FG) passant par M coupe (EG) en N.

Calcules EN et MN. **(2pts)**

EFG est un triangle rectangle en E. Les droites (MN) et (FG) étant parallèles, avec M∈ [EF] et N∈ [EG] , alors les triangles EFG et EMN forment une configuration de Thalès.

Donc, d'après le théorème de Thales, on a:

$\frac{EM}{EF} = \frac{EN}{EG} \Longrightarrow EN = \frac{EM \times EG}{EF}$. Par conséquent $EN = \frac{2{,}4cm \times 8cm}{6cm}$ donc $\mathbf{EN = 3,2cm}$

$\frac{EM}{EF} = \frac{MN}{FG} \Longrightarrow MN = \frac{EM \times FG}{EF}$. Par conséquent $MN = \frac{2{,}4cm \times 10cm}{6cm}$ donc $\mathbf{MN = 4cm}$

4) Marques un point O sur [MN] tel que MO=10cm.

Les droites (EM) et (OG) sont-elles parallèles ? **(1point)**

Calculons et comparons $\frac{NO}{NM}$ et $\frac{NE}{NG}$

- $NO = MO - MN = 10cm - 4cm = 6cm$
- $NG = EG - EN = 8cm - 3{,}2cm = 4{,}8cm$

$\frac{NO}{NM} = \frac{6}{4} = 1{,}5$ et $\frac{NE}{NG} = \frac{3{,}2}{4{,}8} = 0{,}66$

On a : $\frac{NO}{NM} \neq \frac{NE}{NG}$

Les rapports $\frac{NO}{NM}$ et $\frac{NE}{NG}$ étant diffèrent donc les droites (EM) et (OG) ne sont pas parallèles.