



SERIE N°1 RACINE CARREE

Exercice N°1

I. A l'aide de la définition

a. Quel nombre a pour carré 81 ?

Une racine carrée est toujours donc $\sqrt{81} = \dots\dots\dots$.

b. Quel nombre a pour carré 0,25 ?

$\sqrt{0,25}$ est un nombre donc $\sqrt{0,25} = \dots\dots\dots$.

c. $(-7)^2 = \dots\dots\dots$ et $7^2 = \dots\dots\dots$ $\sqrt{49}$ est l'unique nombre dont le est donc $\sqrt{49} = \dots\dots\dots$

II. Parmi les nombres suivants, entoure ceux qui sont égaux à $\sqrt{25} : 5 ; -5 ; 5^2 ; \sqrt{(-5)^2} ; \sqrt{5^2} ; 25$

III. Recopie et complète les phrases suivantes :

a- Soit t un nombre rationnel positif ou nul. On appelle racine de t , On le note

b- Deux nombres réels a et b sont des opposés si et seulement si

c- Pour tous réels x et y , si $|x| = |y|$ alors :

d- Deux nombres réels a et b sont de inversés si et seulement si

e- Soit a et b deux réels tels que a soit positif : $(\sqrt{a})^2 = \dots\dots\dots$; $\sqrt{ab^2} = \dots\dots\dots\sqrt{\dots\dots\dots}$

f- a et b étant deux réels négatifs $a^2 > b^2$ si seulement si

g- si $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{N}$, alors $(a\sqrt{b})^2 = \dots\dots\dots$

<https://topeducationsn.com>

Exercice N°2

1. Le cours avec les aides animées Le cours avec les aides animées

Q1. La racine carrée du produit de deux nombres positifs est-elle égale au produit des racines carrées de ces deux nombres ? Justifie.

Q2. La racine carrée du quotient de deux nombres positifs est-elle égale au quotient des racines carrées de ces deux nombres ? Justifie.

Q3. La racine carrée d'une somme de deux nombres positifs est-elle égale à la somme des racines carrées de ces deux nombres ? Justifie.

2. Racines carrées et inverses

a. Quand dit-on de deux nombres qu'ils sont inverses l'un de l'autre ?

b. Vérifie que les nombres suivants sont inverses. $\bullet \sqrt{2}$ et $\sqrt{\frac{1}{2}}$ $\bullet \sqrt{2}$ et $\frac{\sqrt{2}}{2}$

c. Quel est l'inverse de $\frac{\sqrt{3}}{7}$? Justifie ta réponse.

3. Réponds par vrai (V) ou faux (F) en justifiant ta réponse :

a. $\sqrt{40} = 20$

b. $7\sqrt{2} = \sqrt{98}$

c. $\sqrt{64 + 25} = 8 + 5 = 13$

d. $\sqrt{19 - \sqrt{1 + \sqrt{64}}} = 4$

e. Si $m > 0$ alors $\frac{\sqrt{m^2}}{m} = -1$

f. Si $n - 2\sqrt{2}$ et $3 + 2\sqrt{2}$ sont opposés alors $n = -3$

Exercice N°3

I. Sans utiliser les valeurs approchées, montre que trois de ces nombres sont égaux :

$A = \sqrt{5} + \sqrt{5}$; $B = \frac{\sqrt{500}}{5}$; $C = 2\sqrt{5} \times \sqrt{5}$; $D = \sqrt{20}$ et $E = \sqrt{5 + 5}$

II. Calculer les expressions suivantes :

$$E = \sqrt{100 + 64}; F = (\sqrt{5})^2 + (5\sqrt{3})^2; G = (6\sqrt{5})^2 - (4 + (\sqrt{3})^2); H = \sqrt{\frac{49}{100}} + \frac{\sqrt{3}}{10}$$

III. Pour chaque affirmation, une seule réponse est juste, entoure-la.

- 1) $\sqrt{2} \times 2\sqrt{3}$ est égal à: a) $\sqrt{36}$ b) $2\sqrt{6}$ c) 12
 2) $(\sqrt{5} - \sqrt{3})(\sqrt{5} + \sqrt{3})$ est égal à: a) $2\sqrt{15}$ b) 2 c) $\sqrt{5}$

IV. Recopie chacune des affirmations ci-dessous. Dire si elle est vraie ou fausse, puis justifie la réponse

1. $7\sqrt{2}$ est égal à $\sqrt{98}$
 2. La différence $\sqrt{48} - \sqrt{3}$ est égal à $\sqrt{45}$
 3. Le nombre $2\sqrt{27} - 5\sqrt{3}$ est égal $\sqrt{3}$

Exercice N°4

On donne les expressions suivantes: $\sqrt{(-3)^2}$; $\sqrt{-3^2}$; $-(\sqrt{3})^2$ et $(-\sqrt{3})^2$.

- a) Quelle est celle qui n'a pas de sens?
 b) Quelles sont celles qui représentent des reels égaux?
 c) Quelles sont celles qui représentent des reels opposés?

<https://topeducationsn.com>

Exercice N°5

1. Ecrire sans radical et sans calculatrice les réels suivants :

$$\sqrt{16}; \sqrt{25}; \sqrt{81}; \sqrt{0,025}; \sqrt{0,81}; \sqrt{0,01}; \sqrt{0,64}; \sqrt{0,0049}; \frac{\sqrt{100}}{\sqrt{121}}; \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{49}}; \sqrt{\frac{36}{49}}; \sqrt{\frac{16}{9}}$$

2. Calculer :

$$\sqrt{3+9}; 2\sqrt{100}; 5\sqrt{9} - 7; \sqrt{\sqrt{16}}; \sqrt{\sqrt{81}}; \sqrt{3\sqrt{100} + 6}; \frac{\sqrt{144} - \sqrt{16}}{\sqrt{25} + \sqrt{9}}; \sqrt{31 + \sqrt{21 + \sqrt{9 + \sqrt{49}}}}$$

Exercice N°6

Donner une écriture simplifiée des sommes algébriques suivantes :

$$A = 5\sqrt{200} - 6\sqrt{98} + \sqrt{50} - 10\sqrt{2} + \sqrt{9}; B = \sqrt{18} + 16\sqrt{8} - 32\sqrt{2} - \sqrt{9};$$

$$C = \sqrt{121} - 2\sqrt{112} - \sqrt{81} + \sqrt{63}; D = \sqrt{18} + 2\sqrt{50} + 3\sqrt{32}; E = 2\sqrt{27} - 3\sqrt{300} + 4\sqrt{48} - \sqrt{192}$$

$$F = 5\sqrt{20} + 6\sqrt{5} - 2\sqrt{45} + \sqrt{80}; G = 5\sqrt{18} - 2\sqrt{8} + 3\sqrt{98} + \sqrt{72}; H = \sqrt{45} + \sqrt{196} - \sqrt{180} - \sqrt{245}$$

$$I = \sqrt{192} - \frac{2}{3}\sqrt{27} - \sqrt{12} + \sqrt{3}; J = \sqrt{\frac{16}{28}} - \sqrt{\frac{125}{49}} - \sqrt{\frac{25}{7}}; K = \frac{2}{5}\sqrt{\frac{50}{16}} + 3\sqrt{2} - \frac{1}{4}\sqrt{8};$$

$$L = 2\sqrt{20} - \sqrt{45} + \sqrt{125}; M = \sqrt{96} - 2\sqrt{6} + 2\sqrt{24} - 3\sqrt{54}; N = -\sqrt{40} - 3\sqrt{160} - 2\sqrt{90}$$

Exercice N°7

Développer et écrire plus simplement les écritures suivantes

$$a = \sqrt{3}(4 + 2\sqrt{3}); b = \sqrt{5}(2\sqrt{5} + 3\sqrt{15}); c = (\sqrt{5} + 1)^2; d = (\sqrt{5} - 1)^2; e = (2 + 3\sqrt{5})^2;$$

$$f = (\sqrt{5} + \sqrt{3})^2; g = (2\sqrt{5} - 4)^2; h = (2\sqrt{5} - 3\sqrt{7})^2; i = (2\sqrt{3} - 5)(2\sqrt{3} + 5);$$

$$j = (5\sqrt{7} + 7)(5\sqrt{7} - 7); k = \sqrt{\sqrt{5} - 1} \times \sqrt{\sqrt{5} + 1}; l = \sqrt{7 + \sqrt{2}} \times \sqrt{7 - \sqrt{2}}$$

$$m = \sqrt{(5 + 3\sqrt{2})} \times \sqrt{(5 - 3\sqrt{2})}; n = \sqrt{3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}} \times \sqrt{3\sqrt{2} + 2\sqrt{3}}$$

Exercice N°8

1°) Rendre rationnel les quotients suivants :

$$A = \frac{3}{2\sqrt{5}}; B = \frac{\sqrt{2}}{1 - \sqrt{3}}; C = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3} + \sqrt{2}}; D = \frac{-3}{2\sqrt{3} - 3\sqrt{2}}; E = \frac{2 - 3\sqrt{5}}{2 + 3\sqrt{5}}; F = \frac{3}{\sqrt{7}}; G = \frac{3 + \sqrt{5}}{\sqrt{5}}; H = \frac{3}{\sqrt{2} - 1}; I = \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}};$$

$$J = \frac{\sqrt{7}-\sqrt{5}}{2\sqrt{35}} ; K = \frac{\sqrt{5}-2}{\sqrt{5}+2} \quad L = \frac{5\sqrt{3}+\sqrt{2}}{5\sqrt{3}-\sqrt{2}} ; M = \frac{5}{a+\sqrt{2}} ; N = \frac{1}{a-\sqrt{2}} ; O = \frac{4\sqrt{17}}{7-\sqrt{2}} ; P = \frac{4\sqrt{7}+3}{2\sqrt{7}-6}$$

2°) Compare les nombres suivants :

$$\sqrt{5} \text{ et } \sqrt{2} ; 9 \text{ et } 4\sqrt{5} ; 2 \text{ et } \sqrt{3} ; 4 \text{ et } \sqrt{18} ; 2\sqrt{3} \text{ et } \sqrt{11} ; \sqrt{23} \text{ et } 2\sqrt{5} ; 5\sqrt{2} \text{ et } 3\sqrt{5}$$

3°) Préciser le signe de :

$$\sqrt{5} - \sqrt{2} ; 9 - 4\sqrt{5} ; 2 - \sqrt{3} ; 4 - \sqrt{18} ; 2\sqrt{3} - \sqrt{11} ; \sqrt{23} - 2\sqrt{5} ; 5\sqrt{2} - 3\sqrt{5}$$

Exercice N°9

Ecris le plus simplement possible

$$A = |\sqrt{2} + 3| ; B = |3 - 2\sqrt{2}| ; C = \sqrt{(\sqrt{5} - 3)^2} ; D = \sqrt{(7 - 2\sqrt{7})^2} + \sqrt{(5 + \sqrt{7})^2} ; E = \sqrt{(2\sqrt{2} - 1)^2} - \sqrt{(3 + \sqrt{2})^2}$$

Exercice N°10

<https://topeducationsn.com>

Donner un encadrement de :

$$A = 2 + 3\sqrt{5} \text{ sachant que } 2,23 < \sqrt{5} < 2,24 \text{ à } 10^{-2} \text{ près.}$$

$$B = 5 - 2\sqrt{2} \text{ sachant que } 1,414 < \sqrt{2} < 1,414 \text{ à } 10^{-3} \text{ près}$$

$$C = \frac{-2+3\sqrt{7}}{5} \text{ sachant que } 2,645 < \sqrt{7} < 2,646 \text{ à } 10^{-2} \text{ près.}$$

$$D = \frac{2-3\sqrt{3}}{3} \text{ sachant que } 1,732 < \sqrt{3} < 1,733 \text{ à } 10^{-2} \text{ près.}$$

Exercice N°11

$$\text{On donne : } x = \frac{-1}{3-2\sqrt{2}} \quad y = \sqrt{\frac{1}{2}} - \sqrt{\frac{3}{2}} \quad \text{et } z = \sqrt{\frac{1}{2}} + \sqrt{\frac{3}{2}}$$

- Montre que $x = -3 - 2\sqrt{2}$ puis donne un encadrement de x à 10^{-1} près sachant que $1,414 < \sqrt{2} < 1,414$.
- Calculer y^2 et z^2
- Déduis de la question précédente que $\sqrt{2 - \sqrt{3}} + \sqrt{2 + \sqrt{3}} = \sqrt{6}$

Exercice N°12

$$\text{On donne } a = \sqrt{7 + 4\sqrt{3}} \quad \text{et} \quad b = \sqrt{7 - 4\sqrt{3}}$$

- Calculer a^2 ; b^2 et ab .
- Que peut-on dire a et b .
- Calculer $(a + b)^2$ et $(a - b)^2$.
- Justifier que $a + b = 4$ et $a - b = 2\sqrt{3}$

Exercice N°13

$$\text{On donne : } m = 1 - 2\sqrt{3} \quad ; \quad p = \sqrt{13 - 4\sqrt{3}} \quad \text{et} \quad q = \sqrt{13 + 4\sqrt{3}}$$

- Montrer que m est négatif.
- Calculer m^2 puis déduis-en que p et m sont opposés.
- Encadrer m à 10^{-2} sachant que : $1,732 < \sqrt{3} < 1,733$.
- Montrer que $p \times q = 11$.

Exercice N°14

- Soit $t = \sqrt{45} + \sqrt{196} - \sqrt{180} - \sqrt{245}$. Ecris t sous la forme $a + b\sqrt{c}$.
 - On donne les réels $x = \frac{4}{7+3\sqrt{5}}$ et $y = 3\sqrt{5} - 7$
- a) Ecris x avec un dénominateur rationnel.

- b) Justifier que y est négatif.
 c) Justifier que : $x = -y$
 d) Encadre x à 10^{-2} près sachant que $2,236 < \sqrt{5} < 2,237$.
 e) On pose $z = (x - y)^2$. Justifier que $\sqrt{z} = -2y$.

Exercice N°15

- On pose $a = 1 + \sqrt{5}$ et $b = 1 - \sqrt{3}$. Calculer a^2 et b^2 .
- Simplifier $c = \frac{1 + \sqrt{5}}{6 + 2\sqrt{5}}$ puis rendre rationnel son dénominateur.
- Montrer que a et c sont des inverses.
- Montrer que $d = \frac{2 - \sqrt{12}}{\sqrt{4 - 2\sqrt{3}}}$ est un entier relatif qu'on déterminera.

Exercice N°16

Soit m et n deux réels tels que : $m = 4 - 3\sqrt{2}$ et $n = 2 + \frac{3}{2}\sqrt{2}$

- Montre que le réel m est négatif.
- Montre que $m^2 = 34 - 24\sqrt{2}$ puis Calcule n^2
- On donne $Z = \sqrt{34 - 24\sqrt{2}}$. Écris Z sous la forme $a + b\sqrt{2}$ avec a et b deux entiers relatifs.

Exercice N°17

Soit $r = 2 + 3\sqrt{5}$ et $s = 2 - 3\sqrt{5}$

- Calculer r^2 ; s^2 et $r \times s$
- Démontrer que $q = \frac{r}{s} + \frac{s}{r}$ est un nombre rationnel
- Ecrire au moins d'un seul radical $E = \sqrt{(5 + \sqrt{7})^2}$ et $F = \sqrt{(5 - 2\sqrt{7})^2}$

Exercice N°18

On pose $m = \sqrt{6} + 3$ et $n = \sqrt{6} - 3$

- Calculer m^2 ; n^2 ; $m \times n$ et $m - n$
- Rendre rationnel le dénominateur du nombre $\frac{m}{n}$
- En déduire une simplification de : $p = \sqrt{15 + 6\sqrt{6}} + \sqrt{15 - 6\sqrt{6}}$

Exercice N°19

On donne les réels $a = 3 - \sqrt{7}$ et $b = 8 - 3\sqrt{7}$

- Montrer que les réels a et b sont strictement positifs.
- Vérifier que $a^2 = 2b$.
- En déduire que $\sqrt{8 - 3\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{14}}{2}$.
- Justifier que $c = \frac{3\sqrt{7} - 9}{\sqrt{16 - 6\sqrt{7}}}$ est un entier relatif.

<https://topeducationsn.com>

Exercice N°20

On considère les réels positifs x et y tels $x = \sqrt{5 + 2\sqrt{6}}$ et $y = \sqrt{5 - 2\sqrt{6}}$

- Montrer que $xy = 1$
- On pose : $u = x + y$ et $v = x - y$
 - Calculer u^2 et v^2 et en déduire u et v
 - Vérifier que $x = \frac{u+v}{2}$ et $y = \frac{u-v}{2}$