



**MINISTRE DE L'EDUCATION NATIONALE
INSPECTION D'ACADEMIE DE SAINT-LOUIS
IEF DE SAINT-LOUIS COMMUNE
GROUPE TOP EDUCATION SENEGAL
CELLULE DE MATHEMATIQUES**



Classe : 3^{eme}
Coefficient : 3

CORRECTION DEVOIR N°1 DU SEMESTRE 1

Mercredi 30 Novembre 2022
Durée : 08h-10h
<https://topeducationsn.com>

Exercice 1

(06 Points)

Partie A: (2 Points)

Pour chacun des énoncés du tableau ci-dessous, choisis la réponse juste en indiquant sur ta copie, le numéro de l'énoncé suivi de la lettre A, B ou C correspondant à la réponse choisie. (Une réponse juste est notée 0.5 pt et une réponse fausse 0 pt).

N°	Enoncés	Réponse A	Réponse B	Réponse C
1	Si m est un nombre réel, $\sqrt{m^2}$ est égale à	m	m^2	$ m $
2	Si MEN est un triangle ; M, A, E et M, B, N sont alignés dans le même ordre et $\frac{MA}{ME} = \frac{MB}{MN}$ alors	(AB) // (EN)	(AN) // (EB)	(AE) // (BN)
3	Quelle est la valeur du réel $M = \sqrt{3 - \sqrt{5}} \times \sqrt{3 + \sqrt{5}}$	$\sqrt{6}$	2	$2\sqrt{3}$
4	Soient AMN et AIJ deux triangles en position de Thalès, Si k est le coefficient de réduction alors aire(AMN) =	aire (AIJ)	k × aire (AIJ)	$k^2 \times \text{aire (AIJ)}$

Partie B: (04 Points)

1. Recopie et remplace les pointilles par le mot ou groupe de mots qui convient : (2,5pts)

- a) Si ABC est un triangle, M ∈ [AB] et N ∈ [AC], (MN) // (BC) alors $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$ (1pt)
- b) Soit a un nombre positif ou nul, on appelle racine carrée de a, le nombre positif ou nul dont le carré est a. <https://topeducationsn.com> (1pt)
- c) Soit a et b deux réels tels que b soit positif, $\sqrt{ba^2} = |a|\sqrt{b}$. (0,5pt)

2. Répondre par Vrai ou Faux (1,5pt)

- a) L'expression conjuguée de $\frac{-1}{3-2\sqrt{2}}$ est $-3 - 2\sqrt{2}$. **Vrai** (0,5pt)

Justification : $\frac{-1}{3-2\sqrt{2}} = \frac{-1(3+2\sqrt{2})}{(3-2\sqrt{2})(3+2\sqrt{2})} = \frac{-3-2\sqrt{2}}{3^2 - (2\sqrt{2})^2} = \frac{-3-2\sqrt{2}}{9-8} = -3 - 2\sqrt{2}$

- b) Le théorème de Thalès permet de montre que deux droites sont parallèles. **Faux** (0,5pt)

Justification : Le théorème de Thalès permet de calculer la longueur (une distance).

- c) L'expression $\frac{\sqrt{500}}{5}$ est égale à $\sqrt{20}$. **Vrai** (0,5pt)

Justification : $\frac{\sqrt{500}}{5} = \frac{\sqrt{100 \times 5}}{5} = \frac{10 \times \sqrt{5}}{5} = 2 \times \sqrt{5}$ et $\sqrt{20} = \sqrt{4 \times 5} = 2\sqrt{5}$ donc $\frac{\sqrt{500}}{5} = \sqrt{20}$.

Exercice 2

(07.5 points)

1) Ecris A sous la forme : $r + p\sqrt{q}$ ou p, q et r sont des entiers.

$$A = \sqrt{49} + \sqrt{12} - 2\sqrt{27} = 7 + \sqrt{4 \times 3} - 2\sqrt{9 \times 3} = 7 + 2\sqrt{3} - 2 \times 3\sqrt{3} = 7 + 2\sqrt{3} - 6\sqrt{3}.$$

$$A = 7 - 4\sqrt{3} \quad (1\text{pt})$$

2) Soit les nombres réels suivants : $r = 5 - 2\sqrt{6}$; $s = 5 + 2\sqrt{6}$ et $t = -5 + 2\sqrt{6}$

a) Montre que r est l'inverse de s.

$$r \times s = (5 - 2\sqrt{6})(5 + 2\sqrt{6}) = 5^2 - (2\sqrt{6})^2 = 25 - 24 = 1 \text{ Donc } r \text{ est l'inverse de } s. \quad (0,75\text{pt})$$

b) Montre que r est l'opposé de t.

$$r + t = (5 - 2\sqrt{6}) + (-5 + 2\sqrt{6}) = 5 - 2\sqrt{6} - 5 + 2\sqrt{6} = 0 \text{ Donc } r \text{ est l'opposé de } t. \quad (0,75\text{pt})$$

c) Calcule r^2 et s^2 .

$$r^2 = (5 - 2\sqrt{6})^2 = 5^2 - 2 \times 5 \times 2\sqrt{6} + (2\sqrt{6})^2 = 25 - 20\sqrt{6} + 24 = 49 - 20\sqrt{6} \quad (1\text{pt})$$

$$s^2 = (5 + 2\sqrt{6})^2 = 5^2 + 2 \times 5 \times 2\sqrt{6} + (2\sqrt{6})^2 = 25 + 20\sqrt{6} + 24 = 49 + 20\sqrt{6} \quad (1\text{pt})$$

d) Dédus de la question précédente que $\sqrt{49 - 20\sqrt{6}} + \sqrt{49 + 20\sqrt{6}} = 10$.

On sait que :

$$\sqrt{49 - 20\sqrt{6}} + \sqrt{49 + 20\sqrt{6}} = \sqrt{(5 - 2\sqrt{6})^2} + \sqrt{(5 + 2\sqrt{6})^2} = |5 - 2\sqrt{6}| + |5 + 2\sqrt{6}|$$

🔗 Etude du signe de $5 - 2\sqrt{6}$

$$\text{On a : } 5^2 = 25 \text{ et } (2\sqrt{6})^2 = 4 \times 6 = 24 \text{ donc } 25 > 24 \Rightarrow 5 > 2\sqrt{6} \Rightarrow 5 - 2\sqrt{6} > 0$$

$$\text{alors } 5 - 2\sqrt{6} \text{ est positif. } |5 - 2\sqrt{6}| = 5 - 2\sqrt{6}$$

🔗 $|5 + 2\sqrt{6}| = 5 + 2\sqrt{6}$ car la somme de deux nombre positifs est toujours positive.

$$\text{Finalement : } \sqrt{49 - 20\sqrt{6}} + \sqrt{49 + 20\sqrt{6}} = 5 - 2\sqrt{6} + 5 + 2\sqrt{6} = 10 \quad (1\text{pt})$$

e) Démontre que $U = \frac{r}{s} + \frac{s}{r}$ est un nombre entier.

$$\text{On a : } U = \frac{r}{s} + \frac{s}{r} = \frac{r^2 + s^2}{r \times s} = \frac{49 - 20\sqrt{6} + 49 + 20\sqrt{6}}{1} = 98 \quad \text{Donc } U = 98 \in \mathbb{N} \quad (0,5\text{pt})$$

f) Justifie que $V = \frac{4\sqrt{6}-10}{\sqrt{49-20\sqrt{6}}}$ est un entier relatif.

$$\text{On a : } V = \frac{4\sqrt{6}-10}{\sqrt{49-20\sqrt{6}}} = \frac{2(2\sqrt{6}-5)}{\sqrt{(5-2\sqrt{6})^2}} = \frac{2(2\sqrt{6}-5)}{|5-2\sqrt{6}|} = \frac{-2(5-2\sqrt{6})}{5-2\sqrt{6}} = -2 \quad \text{Donc } V = -2 \in \mathbb{Z} \quad (0,5\text{pt})$$

g) Donne un encadrement de $\frac{t}{2}$ à 10^{-2} près sachant que $2,44 < \sqrt{6} < 2,45$.

$$\text{On a : } 2,44 < \sqrt{6} < 2,45$$

$$\Rightarrow 2 \times 2,44 < 2 \times \sqrt{6} < 2,45 \times 2 \quad \Rightarrow 4,88 < 2\sqrt{6} < 4,90$$

$$\Rightarrow -5 + 4,88 < -5 + 2\sqrt{6} < -5 + 4,90 \quad \Rightarrow -0,12 < -5 + 2\sqrt{6} < -0,10$$

$$\Rightarrow \frac{-0,12}{2} < \frac{-5+2\sqrt{6}}{2} < \frac{-0,10}{2} \quad \Rightarrow -0,06 < \frac{-5+2\sqrt{6}}{2} < -0,05$$

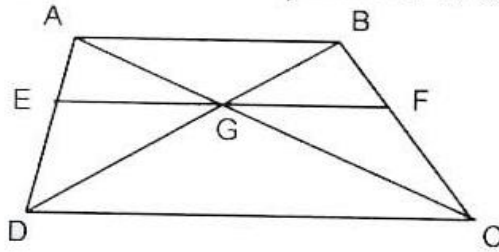
$$\text{Donc } -0,06 < \frac{t}{2} < -0,05 \quad (1\text{pt})$$

<https://topeducationsn.com>

Exercice 3

(6.5 Points)

D) Dans la figure ci-dessous ABCD est un trapèze. La droite (EF) qui passe par G est parallèle aux bases (AB) et (DC).



Je donne trois couples (paires) de triangles en positions de Thalès sont: (1,5pts)

- ✚ Les triangles ADC et AEG.
- ✚ Les triangles CAB et CGF.
- ✚ Les triangles DAB et DEG.

II) EFG est un triangle rectangle en E tels que $EF=6\text{cm}$ et $EG=8\text{cm}$.

1) Fais une figure que tu complèteras au fur et à mesure. (1pt)

2) Calcule FG.

EFG est un triangle rectangle en E d'après le théorème de Pythagore on a :

$$FG^2 = EF^2 + EG^2 \text{ Ce qui signifie que } FG = \sqrt{EF^2 + EG^2}$$

Par conséquent $FG = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} \quad FG = \sqrt{100} \quad \text{Donc } \mathbf{FG = 10\text{cm}}$ (1pt)

3) Place un point M sur [EF] tel que $EM=2,4\text{cm}$. La parallèle à (FG) passant par M coupe (EG) en N.

❖ Calcule EN et MN.

EFG est un triangle rectangle en E. Les droites (MN) et (FG) étant parallèles, avec $M \in [EF]$ et $N \in [EG]$, alors les triangles EFG et EMN forment une configuration de Thalès.

Donc, d'après la conséquence du théorème de Thalès, on a : $\frac{EM}{EF} = \frac{EN}{EG} = \frac{MN}{FG}$

➤ $\frac{EM}{EF} = \frac{EN}{EG} \Rightarrow EN = \frac{EM \times EG}{EF}$. Par conséquent $EN = \frac{2,4\text{cm} \times 8\text{cm}}{6\text{cm}}$ donc $\mathbf{EN = 3,2\text{cm}}$ (1pt)

➤ $\frac{EM}{EF} = \frac{MN}{FG} \Rightarrow MN = \frac{EM \times FG}{EF}$. Par conséquent $MN = \frac{2,4\text{cm} \times 10\text{cm}}{6\text{cm}}$ donc $\mathbf{MN = 4\text{cm}}$ (1pt)

4) Marque un point O sur [MN] tel que $MO=10\text{cm}$. Les droites (EM) et (OG) sont-elles parallèles ?

Calculons et comparons les rapports $\frac{NO}{NM}$ et $\frac{NE}{NG}$ <https://topeducationsn.com>

❖ $NO = MO - MN = 10\text{cm} - 4\text{cm} = 6\text{cm}$

❖ $NG = EG - EN = 8\text{cm} - 3,2\text{cm} = 4,8\text{cm}$

$$\frac{NO}{NM} = \frac{6}{4} = 1,5 \quad \text{et} \quad \frac{NG}{NE} = \frac{4,8}{3,2} = 1,5$$

On constate que les rapports $\frac{NO}{NM}$ et $\frac{NG}{NE}$ étant égaux.

De plus les points M, N et O d'une part et les points E, N et G d'autre part sont alignés dans le même ordre, alors les droites (EM) et (OG) sont parallèles d'après la réciproque du théorème de Thalès. (1pt)

