CORRIGE EPREUVE MATHEMATIQUES COMPOSITION DEPARTEMENT DE MBOUR

EXERCICE 1 : $(\mathbf{4\ points})$

1) $\rightarrow$ C ; 2) $\rightarrow$ B ; 3) $\rightarrow$ A ; 4) $\rightarrow$ B

EXERCICE 2 : $(\mathbf{7\ points})$

1. On considère les réels $a = 13\sqrt{2}$ et $b = \frac{\sqrt{2}-1}{3\sqrt{2}+1}$.

a) Justifie que $b = \frac{7-4\sqrt{2}}{17}$ $(\mathbf{1pt})$

$b = \frac{\sqrt{2}-1}{3\sqrt{2}+1} = \frac{(\sqrt{2}-1)(3\sqrt{2}-1)}{(3\sqrt{2}+1)(3\sqrt{2}-1)} = \frac{6-\sqrt{2}-3\sqrt{2}+1}{(3\sqrt{2})^2-1^2} = \frac{(-1-3)\sqrt{2}+6+1}{18-1} = \frac{7-4\sqrt{2}}{17}$ d'où $b = \frac{7-4\sqrt{2}}{17}$

b) On pose $X = 17b - \frac{a}{13}$. Montre que $X = 7 - 5\sqrt{2}$. $(\mathbf{1pt})$

$X = 17b - \frac{a}{13} = 17\left(\frac{7-4\sqrt{2}}{17}\right) - \frac{13\sqrt{2}}{13} = 7 - 4\sqrt{2} - \sqrt{2} = 7 + (-4-1)\sqrt{2} = 7 - 5\sqrt{2}$ d'où $X = 7 - 5\sqrt{2}$

c) Montre X est négatif puis calcule X^2. $(\mathbf{0{,}75pt \times 2})$

En effet $7^2 = 49$ et $\left(5\sqrt{2}\right)^2 = 50$ donc $7^2 < \left(5\sqrt{2}\right)^2$ alors $7 < 5\sqrt{2}$ d'où $7 - 5\sqrt{2} < 0$

$X^2 = \left(7 - 5\sqrt{2}\right)^2 = 49 + 50 - 70\sqrt{2} = 99 - 70\sqrt{2}$

d) Justifie que $Y = \sqrt{99 - 70\sqrt{2}} - \sqrt{(-5)^2 \times 2}$ est un entier relatif. $(\mathbf{1pt})$

$Y = \sqrt{99 - 70\sqrt{2}} - \sqrt{(-5)^2 \times 2}$

$= \sqrt{\left(7 - 5\sqrt{2}\right)^2} - |-5|\sqrt{2}$

$= \left|7 - 5\sqrt{2}\right| - 5\sqrt{2}$ or $7 - 5\sqrt{2} < 0$

donc $\left|7 - 5\sqrt{2}\right| = 5\sqrt{2} - 7$ alors

$q = 5\sqrt{2} - 7 - 5\sqrt{2}$

$= (5-5)\sqrt{2} - 7$

$= 0 - 7$ d'où

$q = -7 \in \mathbb{Z}$

e) Encadre le réel $X = 7 - 5\sqrt{2}$ à 10^{-1} près sachant que : $1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$. $(\mathbf{1pt})$

$1{,}414 < \sqrt{2} < 1{,}415$

$-5 \times 1{,}415 < \sqrt{2} < -5 \times 1{,}414$

$-7{,}075 < -5\sqrt{2} < -7{,}070$

$7 - 7{,}075 < 7 - 5\sqrt{2} < 7 - 7{,}070$

$-0{,}075 < 7 - 5\sqrt{2} < -0{,}070$

$-0{,}08 < 7 - 5\sqrt{2} < -0{,}07$

2. Résous dans IR, l'équation $|2x-3| - 5 = 0$ et l'inéquation $4x^2 - 3 \leq 0$. $(\mathbf{0{,}75pt \times 2})$

$|2x-3| - 5 = 0$

$|2x-3| = 5$

$2x - 3 = 5$ ou $2x - 3 = -5$

$2x = 5 + 3$ ou $2x = -5 + 3$

$2x = 8$ ou $2x = -2$

$x = 4$ ou $x = -1$

$S = \{4\ ;\ -1\}$

$4x^2 - 3 \leq 0$

$(2x)^2 - \left(\sqrt{3}\right)^2 \leq 0$

$\left(2x + \sqrt{3}\right)\left(2x - \sqrt{3}\right) \leq 0$

Posons $\left(2x + \sqrt{3}\right)\left(2x - \sqrt{3}\right) = 0$

$2x + \sqrt{3} = 0$ ou $2x - \sqrt{3} = 0$

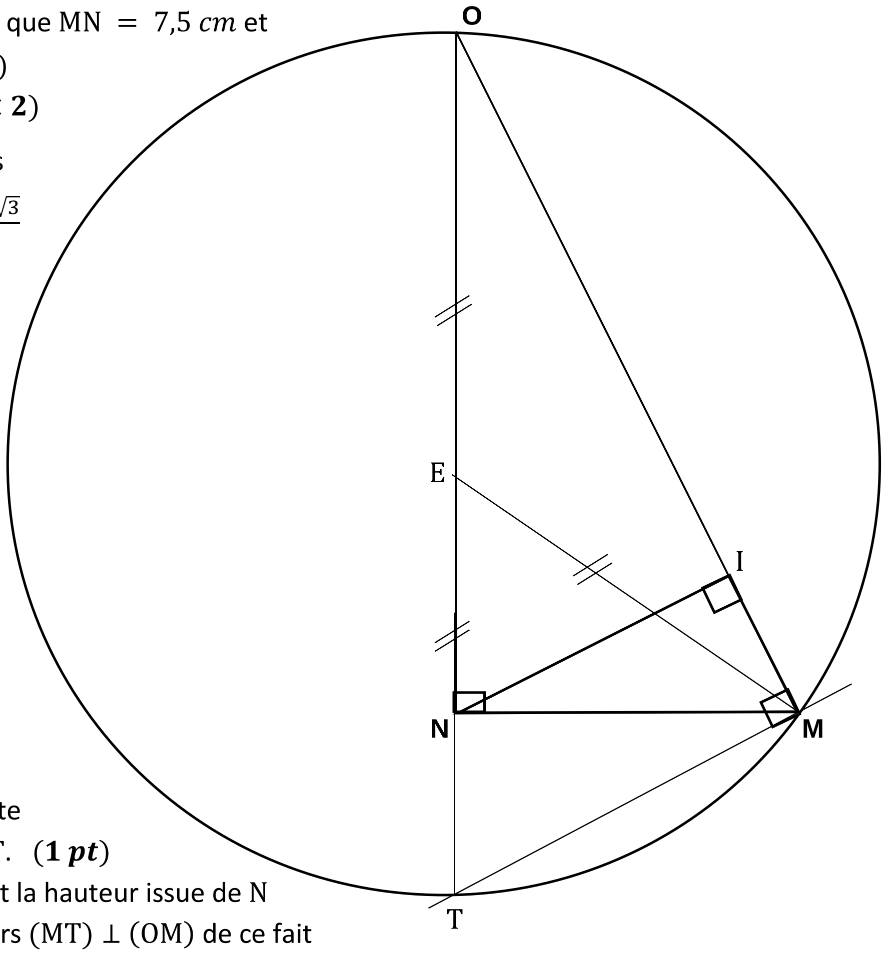
$2x = -\sqrt{3}$ ou $2x = \sqrt{3}$

$x = \frac{-\sqrt{3}}{2}$ ou $x = \frac{\sqrt{3}}{2}$

x	$-\infty$		$\frac{-\sqrt{3}}{2}$		$\frac{\sqrt{3}}{2}$		$+\infty$
$2x + \sqrt{3}$		$-$	0	$+$		$+$	
$2x - \sqrt{3}$		$-$		$-$	0	$+$	
$\left(2x + \sqrt{3}\right)\left(2x - \sqrt{3}\right)$		$+$	0	$-$	0	$+$	

$S = \left[\frac{-\sqrt{3}}{2}\ ;\ \frac{\sqrt{3}}{2}\right]$

Exercice 3 : $(5\ \boldsymbol{points})$



1. Construis le triangle MON rectangle en N tel que $MN = 7{,}5\ cm$ et $\widehat{MON} = 30°$. $(\mathbf{0{,}75}\boldsymbol{pt})$
2. Calcule NO et MO. $(\mathbf{0{,}75}\ \boldsymbol{pt} \times \mathbf{2})$

   $\tan \widehat{MON} = \tan 30° = \frac{MN}{ON}$; $\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{7{,}5}{ON}$ alors

   $ON = \frac{3}{\sqrt{3}} \times 7{,}5 = \frac{3\sqrt{3}}{3} \times 7{,}5 = 7{,}5\sqrt{3} = \frac{15\sqrt{3}}{2}$

   $ON = \frac{15\sqrt{3}}{2}\ cm$

   $\sin \widehat{MON} = \sin 30° = \frac{MN}{OM}$; $\frac{1}{2} = \frac{7{,}5}{OM}$ donc

   $OM = 2 \times 7{,}5 = 15\ cm$; $OM = 15\ cm$
3. Soit I le pied de la hauteur issue de N.
   Calcule NI. $(\mathbf{0{,}75}\boldsymbol{pt})$

   MON étant un triangle rectangle en N et I le pied de la hauteur issue de N alors ONI est rectangle en I donc :

   $OM \times NI = ON \times MN$

   $NI = \frac{ON \times MN}{OM} = \frac{\frac{15\sqrt{3}}{2} \times 7{,}5}{15} = \frac{7{,}5\sqrt{3}}{2} = \frac{15\sqrt{3}}{4}\ cm$

   $NI = \frac{15\sqrt{3}}{4}\ cm$
4. La droite passant par M et parallèle à la droite (NI) coupe la droite (ON) en T. Calcule MT. $(\mathbf{1}\ \boldsymbol{pt})$

   MON est un triangle rectangle en N, [NI] est la hauteur issue de N alors $(NI) \perp (OM)$ comme $(NI) // (MT)$ alors $(MT) \perp (OM)$ de ce fait OMT est un triangle rectangle en M et on a :

   $\tan \widehat{MOT} = \tan 30° = \frac{MT}{OM}$; $\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{MT}{15}$ alors ; $MT = \frac{\sqrt{3}}{3} \times 15 = 5\sqrt{3}\ cm$

   $MT = 5\sqrt{3}\ cm$
5. Soit E le centre du cercle circonscrit au triangle MOT démontre que MET est un triangle équilatéral. $(\mathbf{1}\ \boldsymbol{pt})$

   On sait que MOT est un triangle rectangle en M, E est le centre du cercle circonscrit au triangle MOT alors E est le milieu de [OT] et par conséquent $ET = EO = r$ $(r = rayon)$ $(\mathbf{1})$.

   Le cercle étant circonscrit au triangle MOT alors $OM = r$ $(\mathbf{2})$.

   D'après $(\mathbf{1})$ ***et*** $(\mathbf{2})$: $ET = OM$, cela entraine que MET est un triangle isocèle en E.

   MOT est un triangle rectangle en M et $\widehat{MOT} = 30°$ alors $\widehat{MTO} = 60°$.

   MTE est triangle isocèle en E et possédant un angle de mesure 60° $(\widehat{MTO} = 60°)$ donc MET est un triangle équilatéral.

EXERCICE 4 : $(\mathbf{4}\ \boldsymbol{points})$

On donne $OA = 4\ cm$; $OB = 5\ cm$; $OJ = 12\ cm$ et $OK = 15\ cm$

1. Les droites (AB) et (KJ) sont – elles parallèles ? Justifie ta réponse. $(\mathbf{2}\ \boldsymbol{pts})$

   Comparons les rapports $\frac{OA}{OJ}$ et $\frac{OB}{OK}$:

   $\frac{OA}{OJ} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$ et $\frac{OB}{OK} = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ alors $\frac{OA}{OJ} = \frac{OB}{OK}$

   OAB et OKJ sont deux triangles.

   Les points A, O, J d'une part et les points B, O, K sont d'autre part alignés dans le même ordre et $\frac{OA}{OJ} = \frac{OB}{OK}$ alors d'après la réciproque du théorème de Thalès, les droites (AB) et (KJ) sont parallèles.
2. On donne aussi $AB = 3\ cm$, calcule KJ. $(\mathbf{2}\ \boldsymbol{pts})$

   Les triangles OAB et OJK sont en position de Thalès alors d'après la conséquence du théorème de Thalès :

   $\frac{OA}{OJ} = \frac{OB}{OK} = \frac{AB}{JK} = \frac{1}{3}$ de ce fait $KJ = 3AB = 3 \times 3 = 9\ cm$ d'où $KJ = 9\ cm$